科學教育學刊
2024, 第三十二卷第一期, 63-94
DOI:10.6173/CJSE.202403_32(1).0003

Contemporary Journal of Science Education
2024, 32(1), 63-94

五年級學生運算思維能力與數學學習成就關係之探討

陳致澄[1、*]　王瑞壎[2]
[1]國立臺南大學　應用數學系
[2]國立嘉義大學　教育學系

摘要

近年來，運算思維(Computational Thinking, CT)已被許多國家列入資訊科技課程標準；許多研究大多聚焦於CT能力的評量、培育課程的研發與學生學習的成效等議題，卻缺乏有關數學學習成就與CT能力兩者之間的關係之探討。鑑此，本研究旨在針對小學五年級學生的CT能力與數學學習成就進行問卷調查，並分析上述兩個變項的關係。因此，本研究開發CT測驗與數學成就測驗，研究樣本為189位自願參加兩項工具施測的小學五年級學生。所有施測資料是透過試題參數分析、信效度分析、相關分析及結構方程模型分析後，才逐漸形塑出研究結果。研究發現：兩項工具的信度與效度堪稱尚可，可以作為評量學生CT能力與數學學習成就的研究工具。從結構方程模型的路徑分析中發現，學生的CT能力可直接預測其在數學學習成就的概念理解、程式執行與解題思考表現。此外，本研究取學生的CT測驗成績與答對題數之數據，將學生分為「高運算思維能力組」與「低運算思維能力組」。並且，高運算思維能力組的學生其運算思維能力可以預測概念理解與解題思考表現；低運算思維能力組的學生其運算思維能力只能預測解題思考表現。

關鍵詞：二階段集群分析、偏最小平方法結構方程模型分析、運算思維、數學學習成就

壹、前言

電腦素養(computer literacy)是現代公民使用資訊科技工具進行調查、有效溝通所需的能力(Fraillon et al., 2019)：在教學上包括電腦使用；資訊的蒐集、評估與管理；資訊的生產、轉化與創造；數位通訊；資訊共享與使用的責任等(Dinçer, 2018; Fraillon et al., 2019)，目的都在培養運用電腦進行學習的能力，使其能在資訊科技劇烈改變的社會中，更有效率地工作(Tsai et al., 2021)。近年來，運算思維(Computational Thinking, CT)被視為電腦素養的一個維度，在資訊工程領域中備受重視，也被許多先進國家納入資訊科技的課程標準中(Djambong & Freiman, 2016)。

Wing (2006)的研究可稱為CT議題興起的濫觴，他指出，CT包括問題拆解、邏輯性資料整理、樣式辨識、設計與運用演算法等內涵，是有效應用資訊科技的高階認知能力。

*通訊作者：陳致澄，jcchennutn@gmail.com；ORCID：0000-0003-3665-9950
投稿：2023/6/24，修訂：2024/3/30，接受：2024/3/31，線上出版：2024/5/31

若說、聽、讀、寫是20世紀必備的能力，那麼，CT則是21世紀必備的能力(Curzon et al., 2009; Djambong & Freiman, 2016)。然而，Tang等(2020)回顧過往研究指出，若要將CT納入課程，應先建立概念架構，才能據此產出有效且可信的評量工具。因此，釐清CT的概念架構、設計並效化評量工具，是當前重要的任務。

此外，美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989)提出「數學即解題」；曹雅玲(2007)發現，教師在數學課室中教導適當的解題策略，能培養學生問題解決的能力，學生能將習得的數學知識與計算技能，應用於生活中遭遇的問題。此外，教育部(2018)於《十二年國民基本教育課程綱要》數學領域中也強調，學習應重視認知(求知、應用、推理)、情意態度(賞識)與解決生活問題的展現。可見，問題解決在數學學習過程中扮演重要的角色。

然而，Kale與Yuan (2021)提到，CT與問題解決有許多相似之處：當學習者從事CT的活動，解決複雜的任務，就可視為問題解決的過程。Dewey (1933)說道，問題解決者進行解題時，會經歷遭遇疑難、確定問題、提出方案、選擇方案、執行與檢驗方案等步驟。其中，確定問題象徵、掌握問題的已知與未知(提取關鍵訊息)，與CT的簡化問題意涵相似；提出方案代表透過分析問題情境，連結自身認知結構，進而梳理出問題解決的方案；選擇方案則意味從初步形成的方案中，依據自己設定的判準(依據步驟的順序與規則思考)進行評估，選擇最合適的方案；執行與驗證方案表示依循選擇的方案解決問題；並檢視結果的合理性(找到最佳解)，與CT的演算法思考、評估元素的意義具關連性。此外，胡秋帆等(2021)提及：雖然CT源於電腦科學，但運用CT的能力也可解決人文、數學與科學等領域的問題。陳愉婷(2020)發現，教師教導學生運算思維策略能有效提升數學學習成就(mathematics learning achievement)表現。陳光臨(2021)則指出，國中生擁有較佳的CT能力，其數學素養表現也較好；其中，又以演算法面向與數學素養關係最密切。Lv等(2023)針對22篇結合CT與數學教育的研究進行後設分析發現，學生的問題解決能力會受到CT是否應用在數學教學所影響。可見，CT會影響數學問題解決能力(也就是數學學習成就)。

再者，胡秋帆等(2021)指出，目前已有許多關於CT評量工具設計的研究：包括分析學生作品中呈現的CT (Moreno-León et al., 2015; Werner et al., 2012)；直接進行CT測驗(胡秋帆等；Román-González et al., 2019)；也有關於CT自我效能評估之調查(Kim et al., 2013)；甚至探討CT對數學素養、數學學習信念。儘管如此，Lv等(2023)及Grover與Pea (2013)仍認為，發展CT評量工具有需求性，並且，目前仍缺乏CT究竟如何影響學生數學問題解決能力的相關研究。

鑑此，本研究首先選定國小五年級學生為研究對象；接續，從歷年來國內舉辦「國際運算思維挑戰賽」(International Challenge on Informatics and Computational Thinking，又稱Bebras Challenge，https://www.bebras.org/)的試題資料庫選擇適合五年級學生的試題，編製「運算思維測驗」；最後，考量五年級學生尚未學完所有課程，因此，以四年級學習內容為範圍編製「數學成就測驗」。藉此分析CT能力如何影響數學學習成就？也探討「CT與數學學習成就認知歷程向度的關聯性」。以下為本研究之目的：

一、分析本研究編製的「運算思維測驗」與「數學成就測驗」之信效度與試題參數。

二、探究CT能力與數學學習成就的相關性與理論模型架構之路徑分析與修正。

三、探究以「CT測驗成績」與「答對題數」分群的結果在「數學成就測驗」表現之差異。

貳、文獻探討

一、數學思維與CT的關係及其相關研究

(一)數學思維與CT的關係

Sneider等(2014)認為，「數學思維」(Mathematical Thinking, MT)是學習者將數學技能應用於解決新的數學問題之思考歷程。同樣地，當他們瞭解資訊科技能提供多種方式幫助他們視覺化系統與解決問題時，也會發展CT。Wing (2006)也提到，CT是一種分享數學思考方法與過程的方式，以及解決問題的一種方法(例如：邏輯思維)。由於CT被視為一種內在思維的方式，因此，它不僅可用於電腦科學領域，也能運用於許多其他範疇等(Lv et al., 2023)。許多教師也覺察到CT具有強化學生非形式化理解與促進數學知識與技能發展的特色(Sneider et al.)。因此，Shute等(2017)提出，CT是21世紀的一項基本技能，在問題解決、建模、數據分析與解釋等方面與MT有著密切的關係。

然而，Sneider等(2014)指出，要理解CT，可將CT與MT進行異同性比較。因此，該研究將CT與MT的關聯繪製成文氏圖(venn diagram)如圖1。

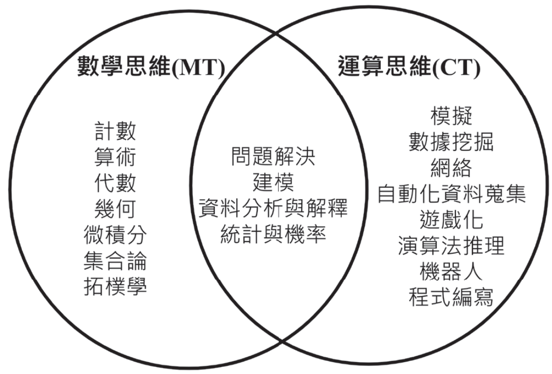


圖1：運算思維與數學思維異同性分析

資料來源："Computational thinking in high school science classrooms," by C. Sneider, C. Stephenson, B. Schafer, & L. Flick, 2014, *Science Teacher*, *81*(5), 10-15.

註：MT：數學思維(Mathematical Thinking)；CT：運算思維(Computational Thinking)。

由圖1觀之，問題解決過程中，運用建模的方式分析、解釋相關資料，以獲得問題解決的方案，是MT與CT相同之處；而MT的主題內容(例如：算術、代數、幾何……)與CT的資訊科技範疇，為兩者相異之處。而美國新世代科學標準(Next Generation Science Standards Lead States, 2013)指出，六年級至八年級學生MT與CT能力的發展，是建立在K-5年級所培育的「大數據資料集之中確認樣式、使用數學概念支持提出的解釋與論證」能力，其內涵包括使用數學表徵描述或詮釋科學結論或設計解決方案、生成演算法解決問題、運用數學概念或論證過程於科學或工程的問題，以測試或比較形成的解決方案。可見，小學階段CT能力的培養，可讓學生在數學問題情境中進行；這也象徵CT與MT存在緊密相連的關係。而經濟合作暨發展組織(Organisation for Economic Co-operation and Development, 2018)在「國際學生能力評量計畫」(Programme for International Student Assessment)中將CT與數學素養結合，即是最佳證明。此外，English (2018)也呼應，CT與MT是相互關聯且相互促進；Cui與Ng (2021)更發現，培養學生CT能力也能提高其問題

解決的能力以及數學學習興趣。由此看來，在中小學教育階段培養CT與MT的能力是重要的。

(二)MT與CT的相關研究

鑑於CT與MT關係密切，許多研究展開數學與CT的整合探索(Lv et al., 2023)。例如，系統性進行文獻回顧，探討數學教育與CT的關係(Hickmott et al., 2018)；回顧實徵與理論研究等文獻，探討數學活動如何發展CT能力(Barcelos et al., 2018)；也有研究回顧過往文獻，期能看見整合CT和數學成為學習工具的整體樣貌(Chan et al.)。上述研究發現：1.視覺化的程式編輯，對於數學教育有正向的影響(Hickmott et al.)；2.遊戲化的學習方式，可促進學生對CT與數學概念的理解(Chan et al.)；3.有形的數碼有利於程式編輯視覺化(Barcelos et al.)。這些發現不僅說明整合數學與CT具有效性，也為如何評估結果提供了一個方向。

儘管相關文獻發現數學與CT整合的重要性與好處，但是，這些研究尚未進行全面性的評論，也缺乏高質量實徵研究的綜合性分析(Lv et al., 2023)。因此，Lv等以關鍵字檢索，選用涵蓋「computational thinking」和「mathematics」或「math」等詞彙進行搜尋；再以引用文獻滾雪球法，追蹤可能被忽略的論文，最後獲得22篇刊登於SSCI期刊的實徵研究進行分析，結果發現：1.整合數學與CT的研究已運用於K-12各層級學校(幼兒園占8.34%；小學占66.67%；國中占20.83%；高中占4.16%)，此現象意味小學階段學生的CT能力與數學學習表現關係最密切；2.將CT與數學整合的主題包括幾何(占45.45%)、數與計算(占36.36%)、數與代數(占13.64%)、統計與機率(占4.55%)，其中，只有幾何主題被各學習階段的研究採用(幼兒園占4.16%；小學占27.27%；國中占9.09%；高中占4.16%)；3.評量工具部分，多數研究使用不止一種評量工具，較多研究使用的類型與比例如下：(1)測驗(28.30%)；(2)觀察(13.21%)；(3)問卷(13.21%)；(4)成績單(7.55%)；(5)錄影資料(7.55%)；(6)文字記錄(7.55%)；(7)晤談(13.21%)；(8)個人報告(3.77%)；(9)作品集(1.89%)；(10)照片(1.89%)；(11)展演評論(1.89%)。總體來說，多元化的評估和多樣化的資料蒐集是當前呈現的趨勢；並且，測驗類型的工具多使用於CT評估；而數學學習成就則多使用成績單類型作為評量工具。此象徵若同時使用測驗類型作為CT與數學學習成就的評量工具，可補充目前尚未探究的缺口。

二、CT與數學成就測驗評量工具的建構

(一)CT測驗評量工具建構

過去，有學者(Aho, 2012; Grover & Pea, 2013)定義CT及概念化其內涵成為不同架構。雖然這些架構包含的面向未完全一致，但彼此間卻有一個共通觀點：即CT是利用電腦科學的原理、構思問題解決的策略並據此解決問題的思考歷程。Tsai等(2021)彙整過去研究指出，CT可分為特定領域與一般領域的範疇：其中，特定領域的CT意指利用資訊科技領域的知識與技能，系統化地解決有關程式編寫問題的能力；一般領域的CT則指利用其他領域的知識與技能，系統化解決日常生活問題的能力，也就是將CT視為思考的歷程(Guzdial, 2008)。Wing (2006)指出，CT最初是指運用電腦科學的技能解決問題、設計系統以瞭解人類行為。過去研究(例如：Denner et al., 2012; Weintrop et al., 2016)是以電腦程式編寫的特定領域觀點來定義CT。這些以特定領域觀點作為CT定義的研究，大多依賴程式語言(例如：Scratch、Python、Java等)作為媒

介，容易因時代轉變與新興程式語言興起而被取代，並且，這只能評估學生學習程式語言語法的情形，無法評估學生在學習歷程的思維(Tsai et al., 2019)。相反的，以一般領域的觀點作為CT的定義，則認為CT可嵌入其他學習領域(例如：數學、科學等)的問題解決歷程當中，反而可以評估學生在學習歷程中的思維(Denning, 2007)。

近年來，Doleck等(2017)視CT為一個包含演算法思考的綜合能力。例如：擬定一系列問題解決的步驟(Katai, 2015)、創造性思考(問題解決過程中能多元性思考)、批判性思考(創造性地擬定問題解決方案)等。這意味研究對於CT的定義，已超越問題解決的範圍；CT可能包含更高層次的認知技能(Allsop, 2019)。Bilbao等(2017)提到，關於CT架構研發，其關鍵在於理解CT可透過多種方式呈現，可應用於多個主題或領域。

Wing (2011)認為CT包括將複雜的問題重新分解成可管控的幾個部分(問題拆解／problem decomposition)、提取關鍵訊息(簡化問題／abstraction)、遞迴思考(樣式辨識／patterns)、有效率地評估解決方案(評估／evaluation)以及有效率地處理問題(演算法／algorithmic thinking)。Selby與Woollard (2013)綜合文獻，提出所有問題解決脈絡中的CT五項元素包括：簡化問題(abstraction)、問題拆解(decomposition)、演算法思考(algorithmic thinking)、評估(evaluation)與一般化(generalization)。Barr與Stephenson (2011)也針對數學裡的CT五項元素提出可預見的行為。本研究綜合Wing、Selby與Woollard、Barr與Stephenson的觀點，彙整CT五項元素與內涵如表1。

本研究基於「數學是問題解決的歷程」觀點(Kilpatrick, 1985; NCTM, 2000; Schoenfeld, 1985)；再加上Selby與Woollard (2013)彙整過去許多領域的問題解決脈絡，進而提出CT的五項元素，較符合數學學習領域的特性(例如：問題拆解、演算法思考、樣式辨識等)。因此，決定以這五項元素作為CT的架構，並將各項元素進行定義。而Lv等(2023)分析CT結合數學內容的文獻後建議：CT為本的數學問題解決技能可包括問題拆

表1：問題解決脈絡中與數學裡的心智歷程——五項CT元素

CT元素	問題解決脈絡中的心智歷程	數學裡的CT元素
簡化問題 (abstraction)	表示心智歷程聚焦於關鍵訊息，以利解決問題，而不是聚焦在許多細節上。	運用代數中的變數；辨識應用問題中的基本事實；使用迭代(iteration)來解決應用問題。
問題拆解 (decomposition)	將問題分解成小而易於管理的部分，以利於解決問題的心智歷程。	列出算式來表徵運算的順序。
演算法思考 (algorithmic thinking)	依據步驟的順序與規則進行思考、偵錯，規劃出問題解決方案的心智歷程。	執行長除法、因數分解、有進位的加減法等有法則的計算程序。
評估 (evaluation)	比較各種解決方案並且考量資源，找到最佳化問題解決方案的心智歷程。	找出符合題意的解。
一般化 (generalization)	瞭解解決特定問題的樣式，並應用此樣式解決其他類似問題的心智歷程。	繪製坐標平面上的函數圖形並修改變數的值。

資料來源：整理自“The computational thinking scale for computer literacy education,” by M.-J. Tsai, J.-C. Liang, & C.-Y. Hsu, 2021, *Journal of Educational Computing Research*, *59*(4), 579-602; “Bringing computational thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community?” by V. Barr & C. Stephenson, 2011, *ACM Inroads*, *2*(1), 48-54.

解、樣式辨識、簡化問題、演算法設計、評估等五個面向。此建議與Csizmadia等(2015)所提論點一致，也呼應本研究以此五項元素作為CT架構的決定之合理性。

然而，考量CT評量工具的發展，近年來已有許多研究透過編寫電腦程式的任務或概念性測驗，評估學生的CT學習表現(Tsai et al., 2021)。例如，Román-González等(2019)即編製多重選擇題的測驗，評估學生CT概念；Werner等(2012)以學生撰寫的Alice程式作品，評估其演算法思考、簡化問題與一般化的表現；Atmatzidou與Demetriadis (2016)利用樂高機器人(lego mindstorms)進行教學，以開放式試題結合放聲思考(think-aloud)法，評估學生簡化問題、一般化、演算法思考與樣式辨識的表現。也有研究(Lockwood & Mooney, 2018)運用Bebras Challenge的試題，驗證Selby與Woollard (2013)所提的CT五項元素之架構。Bebras Challenge目的在激發學生對資訊科學的興趣，讓學生以資訊領域的知能思考(Dagienė & Stupurienė, 2016)，試題都是關於日常生活中問題解決(一般領域任務)的選擇題，目的在評量學生問題拆解、演算法設計、樣式辨識、一般化與簡化問題等能力，是一個廣受中小學生喜愛的國際競賽。由此看來，Bebras Challenge的試題，符合本研究所持「數學是問題解決的歷程」之觀點，並且，其測驗試題要評量的學生能力，也和Selby與Woollard所提的問題解決脈絡中的五項CT元素一致。因此，本研究從2013 ~ 2017年Bebras Challenge試題中挑選、改寫、編製成一份「CT測驗」。

(二)數學成就測驗評量工具的建構

吳國良、邱美虹(2012)指出，成就(achievement)是指學習後所獲得的知識與技能，學習成就測驗所評量的內容，聚焦於知識與能力兩個向度：知識向度代表學生學習的內容，能力向度即為測驗的目標。龔心怡等(2009)也提到，學習成就通常以學校考試或學業測驗所獲得的分數作為代表。目前，國內外已有關於數學成就測驗的計畫持續進行。例如：國際教育學習成就評量委員會(International Association for the Evaluation of Education Achievement [IEA])所辦理的國際數學與科學教育成就趨勢調查(Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS)即是一項我國國小學生近年來參與的國際性學習成就的調查(林碧珍、蔡文煥，2003)。以數學科為例，該測驗的評量架構分為內容領域(content domains)與認知領域(cognitive domains)二個向度：其中，內容領域意指試題包含的數學內容，此即為臺灣《十二年國民基本教育課程綱要》數學領域中的學習內容；認知領域則為期望學生表現的行為，包括知道數學事實、使用概念(記憶與表徵)、知道數學過程(計算、工具使用)以及推理。此外，美國國家教育進步評估(National Assessment of Educational Progress [NAEP])也提出數學威力(mathematical power)、數學能力(mathematical abilities)和數學內容(content strands)三個向度的數學評量架構，此架構一直被視為教育評量的典範之一(Carr, 2004)。其中，數學內容和TIMSS的內容領域一致；數學能力是指學生在特定數學知識內展現的能力：包括概念性理解(conceptual understanding)、程序性知識(procedural knowledge)與解題(problem solving)等三個因子(呂玉琴等，2021)，這類似TIMSS認知領域。

在臺灣，教育部為了檢測學生的學習能力，於2009年委請國家教育研究院所屬的「臺灣學生學習成就評量資料庫」團隊，將學習能力檢測工具與程序標準化，每年持續

提供各縣市國語文、數學與英語文等科目試題，以瞭解學生的學習狀況，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入。其中，數學科的評量架構即包括知識向度(即為97課綱之分年細目或108課綱之學習內容)與認知歷程向度(包括概念理解、程序執行與解題思考)，與TIMSS和NAEP的評量架構幾乎一致。本研究考量試題取得的便利性，因此選擇臺灣學習能力檢測的評量架構作為本研究編製數學成就測驗的評量架構，再從2017 ~ 2021年公告的四年級試題中挑選，編製成一份「數學成就測驗」。

三、CT與數學成就的關係

Wing (2014)認為，21世紀公民除了需要具備閱讀、寫作和基本數學技能之外，還要具備CT技能。Werner等(2012)指出，CT能力不僅可以強化日常生活中的一般能力，也可支持學生在不同學科方面的表現。Lewis與Shah (2012)以小學四年級學生為對象，發現他們的數學學業成績與CT技能的表現存在正相關的關係；Román-González等(2019)研究結果呼應此項論述。Grover (2015)也針對54位中學生進行7週以增進問題解決能力為目標的培訓活動，結果發現，學生不僅提升了CT能力，也提高邏輯思考與數學技能的表現。而Durak與Saritepeci (2018)發現，CT能力是預測資訊領域、數學領域學習成就的一項重要指標。相反的，Mindetbay等(2019)以哈薩克28所中學的八年級共775位學生為對象，探討學生的CT能力與學校一般學習成就的關係，也發現學生的代數、一般學習成就和學生對CT的看法，是預測CT表現的重要指標。

由上述相關研究結果發現：CT與數學學習成就具正向相關的關係；有些研究認為CT能力可預測數學學習成就，也有研究認為數學學習成就可預測CT能力。但是，究竟是數學學習成就中哪一項認知歷程向度(包括概念理解、程序執行與解題思考)呢？目前似乎尚未有研究著墨於此。因此，本研究試圖補上此研究缺口，期望能獲得有關「CT能力可預測數學學習成就哪幾項認知歷程向度的表現？」之結果。

參、研究設計與實施

基於文獻探討，本研究考量「CT能力」對於「數學學習成就」存在影響性與關聯性，因此建構一個以「CT能力」為潛在變項(latent variable)，而這個潛在變項會影響學生「數學學習成就」的理論模式。然而，Araujo等(2019)針對2015年Bebras Challenge的試題，以驗證性因素分析檢視，發現該競賽所要評估的CT各項能力未獲統計上的支持；該研究進一步運用探索性因素分析發現該次競賽試題只能區分成評估與演算法思考等兩個向度。鑑此，本研究考量Bebras Challenge試題不易清楚釐清CT各項能力，因此，除了維持檢驗工具各題的難度與鑑別度之外，後續探討「CT能力」與「數學學習成就」的關係部分，則將CT視為一種能力，以皮爾森積差相關(Pearson product moment correlation)與偏最小平方法的結構方程模型(Partial Least Squares-Structural Equation Modeling, PLS-SEM)分析方法，分析「CT能力」與「數學學習成就」中的「概念理解」、「程序執行」與「解題思考」等向度的關係。最後，再以二階段集群分析法(two-steps cluster analysis)針對受試學生在「CT測驗」的答題表現進行分類，以區辨不同群的受試者在「數學成就測驗」的表現是否有差異？鑑此，本研究欲探討的問題包括：一、重組後的測驗之信效度與試題參數為何？二、CT能力與數學學習

成就的相關性為何？三、本研究建構的理論模型架構之路徑分析為何？修正後的樣態又為何？四、以CT測驗之「得分」與「答對題數」進行分群後，各群受試者在「數學成就測驗」的表現是否有差異？以下，針對理論模型架構、研究參與者、理論模型架構中各潛在變項的評量工具、資料蒐集與資料分析等項目依序說明。

一、理論模型架構

本研究提出「學生CT能力可預測數學學習成就」的假設，因此，結合「CT能力」與「數學學習成就」(包括概念理解、程序執行與解題思考)形成本研究之架構(如圖2)。本研究理論模型架構的潛在變項為「CT能力」與「數學學習成就」。這二個潛在變項中，「CT能力」是潛在自變項(latent independent variable)；而「數學學習成就」受「CT能力」影響(Durak & Saritepeci, 2018)，故屬於潛在依變項(latent dependent variable)。

鑑於IEA舉辦的TIMSS、NAEP以及臺灣學生學習成就評量資料庫規劃數學科的評量架構時，都包含「知識向度」與「認知歷程向度」，其中，「認知歷程向度」包括概念理解、程序執行與解題思考等三個面向，故本研究將學生的「學習成就」分為概念理解、程序執行與解題思考三項。

二、研究參與者

參與受測的對象是189位國小五年級學生(新竹縣163位、臺中市26位)。這些學生源於各縣市曾與研究者互動的個案學校，屬立意取樣。依據《教育基本法》(教育部，2013)與《國民教育法》(教育部，2016)規定，全國中小學應實施常態編班與分組進行學習；並且，再從受試者於兩份測驗「答對題數」的人數分布圖(圖3)來看，本研究樣本資料屬常態分配的樣態。

三、理論模型架構中各潛在變項的測量工具

本研究使用CT測驗與數學成就測驗作為工具。以下，針對兩項工具進行說明。

(一)CT測驗編製過程

本研究彙整Wing (2011)、Selby與Woollard (2013)以及Lv等(2023)文獻的觀點，形成CT五項元素，藉此作為編製「CT測驗」的概念架構。本研究參考Tsai等(2021)的論述，呈現CT五項元素內涵並舉例題說明如表2。

研究者邀請5位曾參與CT研習的國小教師，組成「命題專家」小組。首先，針對CT五項元素的內涵討論、形成共識；接著，運用2013～2017年Bebras Challenge試題 (https://www.computingatschool.org.uk/)改編成「CT測

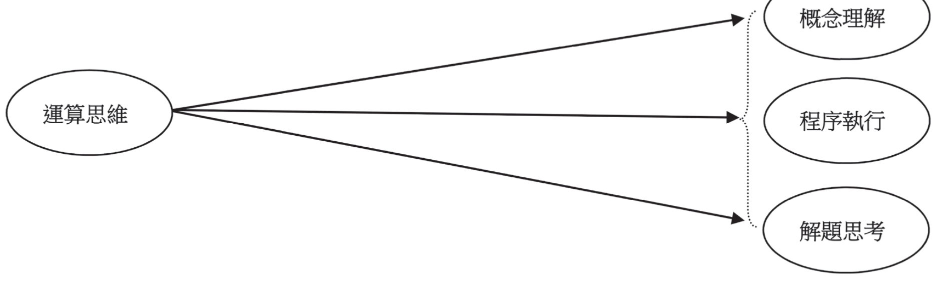
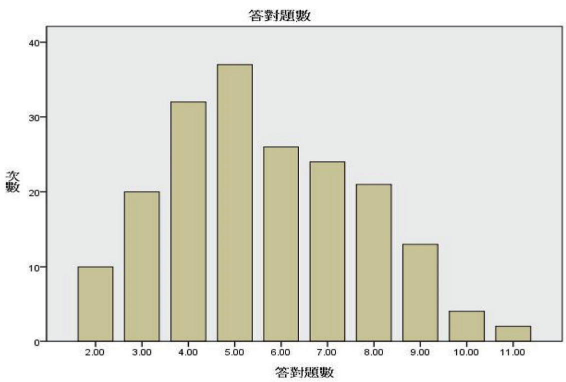
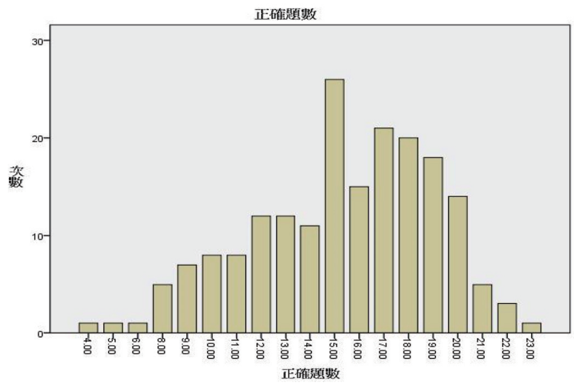


圖2：本研究透過文獻建構的理論模型架構



(a)受試者在CT測驗答對題數的分布圖



(b)受試者在數學成就測驗答對題數的分布圖

圖3：受試者在兩份測驗答對題數之分布圖(N = 189)

表2：本研究CT的概念架構、內涵與問題舉隅

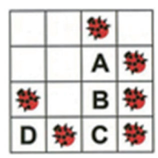
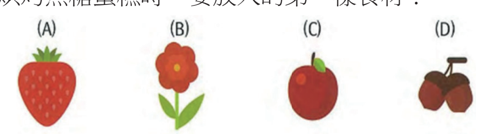
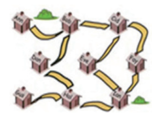
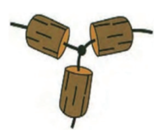
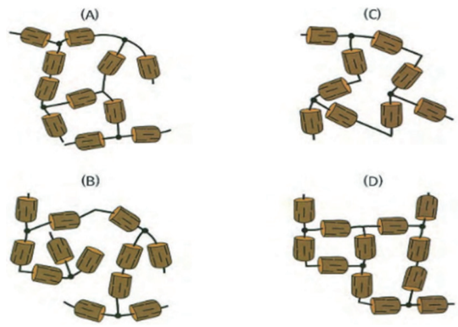
CT元素	CT元素內涵	關鍵詞	問題舉隅
簡化問題／抽象化(abstraction)	辨識、提取具共通性的訊息，再進行後續解題。也就是尋找關鍵訊息來解決問題。	凱薩密碼 密碼學 解密 加密 邏輯敘述 謂詞邏輯	桌上有3個黑棋子和7個白棋子。每一回合，玩家可任意取走1 ~ 2個黑棋子或1 ~ 3個白棋子。最後，取走任何顏色最後一個棋子的玩家判為贏家。第一回合，黑妞獲得優先取棋的機會。請問：她需要先取走哪些棋子，才能確保她能夠贏得比賽？ (A) 1個白棋子。 (B) 2個黑棋子。 (C) 3個白棋子。 (D)無論黑妞取走幾個棋子，他都是贏家。 
問題拆解／分解(decomposition)	將問題分解成易於思考的小子題，以利於問題解決的心智歷程。	排程問題 管線作業 方式	一張4 × 4的方格紙上，其中，有六格畫有一隻瓢蟲(如右圖)。若兩個方格共享一條邊或一個角，這兩個方格就是相鄰。也就是說，每個方格最多可以有八個相鄰的方格。請問：A, B, C, D哪個方格與最多瓢蟲相鄰？ (A) A (B) B (C) C (D) D  【16-26-小高-易】
演算法思考(algorithmic thinking)	依據步驟的順序與規則進行思考，找出問題解決方案的心智歷程。	Markov 演算法 執行程序	小猴們準備烤焦糖蛋糕慶祝美食節。猴姐姐上網找了焦糖蛋糕食譜，但是，這份食譜將食材放入烘烤的順序畫成一道謎題(如右圖)。謎題中有五樣食材，其中四樣食材旁邊都放有提示牌，提示牌代表這樣食材放入鍋中後，接著要放入的食材。沒有提示牌的那一樣食材，就是最後放入的食材。請問：下列哪一個選項，是烘烤焦糖蛋糕時，要放入的第一樣食材？   【16-9-中高-易】

表2：本研究CT的概念架構、內涵與問題舉隅(續)

CT元素	CT元素內涵	關鍵詞	問題舉隅
評估(evaluation)	比較各種問題解決方案後，並且考量資源的有限性，進而找到問題解決方案的最佳解之心智歷程。	最佳化	右圖是猴村所有住家和交通路線圖。村長希望招募消防義工，當任何一戶住家出現緊急狀況時，至少有一位義工僅需通過一條道路，即可抵達該住家並給予支援。請問：村長最少需要招募幾位義工？ (A) 1位　(B) 2位　(C) 3位　(D) 4位 【17-2-小高-難】 
一般化／樣式識別(generalization / patterns)	瞭解解決特定問題的樣式，並應用此樣式解決其他類似問題的心智歷程。	社交網絡	小山猴找到一個裝滿拼接玩具的箱子，每個拼接玩具都由三個軟木塞與三根塑膠棒組成(如右圖)。拼接玩具只能透過塑膠棒的端點相互拼接。小山猴想要在不切割拼接玩具的前提下，用多個玩具拼接成一個藝術品。請問，下列哪一個選項<u>不可能</u>是小山猴的作品？   【16-17-小高-中】

資料來源：參考自“The computational thinking scale for computer literacy education,” by M.-J. Tsai, J.-C. Liang, & C.-Y. Hsu, 2021, *Journal of Educational Computing Research*, *59*(4), 579-602.

註：編碼原則：【16-26-小高-易】意指試題改寫、編擬源自2016年-第26題-小高組-難度為「易」的試題。

驗」試題(目前該網站已關閉下載點，不提供下載)。「命題專家」小組挑選試題的判準包括：1.試題的情境與國內學生經驗相近；2.題幹中文字陳述清楚易懂；3. CT五項元素的平衡性；4.試題需包含簡易、中等與困難等不同難度。此外，命題專家也考量題幹中的情境，是否符合臺灣社會文化脈絡？必要時，將情境加以修改。舉例來說，原先試題中的主角「海狸」在臺灣並不多見，因此，以常見的「山猴」替代。最後，5位專家再重新檢視、閱讀試題，遇有拗口難唸、深澀難懂的語詞、遺漏字或錯別字則加以修正，以提高「CT測驗」的表面效度。研究者也邀請4位高年級學生(五年級與六年級各2名)參與完稿的「CT測驗」施測，以評估施測所需時間。

本研究再邀請4位專家，組成「審題專家」小組。其中，資訊專長教師，負責審核題幹內容與情境脈絡之合適性；具數學或資訊工程背景的大學教授，負責檢查試題難度是否適合五年級學生，並判斷試題所蘊含的

CT元素。最後，挑選出15道「蘊含數學概念」的試題，成為「CT測驗」。

(二)數學成就測驗編製過程

張春興(1996)指出，「學習成就」(learning achievement)是指「個人在學業上實際所能為者」；也就是個人在學習行為上，能展現的心理能力。本研究所說的「數學學習成就」，是指學生在「全國縣市學生學習能力檢測」的「數學科」成績。研究者從2018 ~ 2021年的中年級(以四年級為主)試題中，選擇適合五年級學生施測的25道試題，進行後續編擬。本研究挑選的考量包括：1.施測對象為五年級學生，他們尚未學完所有課程，故選題範圍限定在已學過的四年級範疇；2.研究者也考量施測結果應達成常態分布的樣態，因此，會注意每道題的通過率。因此，參酌歷年教育會考試題分布，適度調配不同難度的試題(0.8以上：4題；0.7 ~ 0.8：6題；0.6 ~ 0.7：3題；0.5 ~ 0.6：6題；0.4 ~ 0.5：5題；0.4以下：1題)；3.研究者也參照課綱的學習內容，力求試題涵蓋面廣而周延。表3是測驗試題的架構分析。

從內容向度來看，「數與量」有9題(占36%)；「空間與形狀」有9題(占36%)；「資料與不確定性」有2題(占8%)；「關係」有5題(占20%)。每道題通過率介於0.31 ~ 0.84之間；鑑別度介於0.27 ~ 0.60間，有2題鑑別度尚可；有7題鑑別度優良；有16題鑑別度非常優秀。

以下，舉三道試題(圖4)呈現三項認知歷程向度的示例。其中，第16題屬程序執行，受試者表現較差(p = .17)，多數學生選擇第④選項，表示他們仍混淆單位間的化聚關係；相反的，第1題屬概念理解向度，受試者表現較佳(p = .78)，這可能與他們五年級陸續學習「多邊形與扇形」概念，也複習了四年級三角形的性質有關。第23題屬解題思考向度，受試者表現與全國數據相仿(p = .78)，部分學生可能遺忘「時鐘鐘面一大格是30度」或混淆「順時針與逆時針」概念。

四、資料蒐集

本研究以紙筆測驗的方式蒐集189位受試者在「CT測驗」與「數學成就測驗」填答的結果進行後續轉錄，成為後續的分析資料。受試學生於原班級中進行施測。考量小學生不宜連續受測且這是學生首次接觸「CT測驗」等因素，研究者將兩項工具的施測分成三天進行：第一天施以「CT測驗」的前半部分(第1 ~ 7題)；幾天後(由施測班級導師考量適合的時間)實施「數學成就測驗」；再幾天後另進行「CT測驗」後半部分(第8 ~ 15題)。整體來說，學生作答「CT測驗」所需時間約為45 ~ 50分鐘(前、後兩部分各施測20 ~ 25分)；「成就測驗」所需時間約為60分鐘。

五、資料分析

(一)以古典測驗理論為基礎進行測驗與試題參數分析

本研究從古典測驗理論的觀點，以Excel 2016與IBM SPSS Statistics 21.0統計軟體進行數值計算，獲得測驗內部一致性的信度資料以及難度(通過率)、鑑別度等試題參數。此外，美國教育研究年會(American Educational Research Association [AERA])、美國心理學會(American Psychological Association)與美國教育測驗協會(National Council on Measurement in Education)提到，效度是指利用理論或證據來支持測驗分數代表的程度(AERA et al., 2014)。本研究從測驗內容與內在結構的對應，來說明測驗的內容效度。

表3：「數學成就測驗」試題架構分析

題號	對應學習內容		潛在因變項／認知歷程向度			原試題		取材來源
	流水號	核心概念	概念理解	程序執行	解題思考	通過率	鑑別度	年代-題號
1	S-4-7	等腰三角形	V			0.47	0.46	2019-01
2	S-4-1	量角器的判讀		V		0.83	0.38	2021-02
3	S-4-5	垂直與平行：直線關係	V			0.84	0.37	2021-03
4	D-4-1	報讀折線圖			V	0.47	0.44	2019-18
5	S-4-8	依邊長性質判斷圖形	V			0.81	0.34	2020-10
6	N-4-7	二位小數的意義	V			0.82	0.37	2020-11
7	S-4-3	長方形的周長公式		V		0.77	0.57	2020-16
8	N-4-4	對大數取概數：無條件進入法	V			0.75	0.49	2021-11
9	N-4-8	數線上兩個分數的距離，不會因為兩數同時加或減一個數而改變	V			0.71	0.55	2021-12
10	S-3-1	認識角的構成要素	V			0.77	0.29	2019-12
11	N-4-1	大數的位值單位與大數的減法計算		V		0.70	0.53	2021-07
12	N-4-2	除數為二位數的除法直式計算			V	0.52	0.54	2018=12
13	N-4-4	對大數取概數：無條件進入法	V			0.62	0.64	
14	R-4-2	四則計算規律：先乘再加、由左而右算	V			0.36	0.44	2021-22
15	N-4-5	整數減帶分數的計算			V	0.76	0.55	2020-08
16	N-3-16 N-4-2	公斤、公克單位換算 二位數乘以二位數的直式計算		V		0.51	0.47	2020-13
17	S-4-8	以一雙對邊平行，另外一雙對邊不平行的特徵辨識梯形	V			0.44	0.30	2021-08
18	N-4-9	公里與其他長度單位(公尺、公寸、公分與毫米)換算與除法計算	V			0.67	0.37	2020-14
19	R-4-1	先算總量再分裝 只需將剩下的3克平分到16瓶即可			V	0.61	0.27	2021-14
20	D-4-1	報讀長條圖			V	0.36	0.46	2019-09
21	R-4-1	先加再乘 做兩次先乘然後相加			V	0.68	0.60	2018-14
22	R-4-1	先乘再減化簡成為先減去一倍再乘			V	0.65	0.55	2020-25
23	S-4-2	知道時鐘的1大格是30度 能以鐘面為模型，知道從始邊順時針旋轉指定的角度後，終邊的位置			V	0.53	0.57	2020-20
24	S-4-6	知道全等的兩個平面圖形，對應邊和對應角都相等			V	0.45	0.49	2018-24
25	R-4-2	四則計算規律		V		0.31	0.31	2020-23

註：1.「通過率」是指有效考生中答對的人數百分比，可視為「試題難度」。通過率低於40%者，稱為最難；介於40%～70%者，稱為次難；介於50%～65%者，稱為中等；高於65%者，稱為簡單。
2.「鑑別度」(item discrimination index)是指該題高分組與低分組受試者通過率的差。數值愈高代表愈能區分不同能力的受試者。鑑別度為0.4以上者，表示試題品質非常優秀；0.30 ~ 0.39者，表示優良；0.20 ~ 0.29者，表示尚可。

16. 1公斤45公克 × 24 = 幾公斤幾公克？
① 2公斤80公克
② 11公斤80公克
③ 25公斤80公克
④ 34公斤80公克

主題	數與量	
認知歷程向度	程序執行	
數據參數	通過率	標準差
原試題	0.51	0.470
本測驗	0.17	0.376

1.等腰三角形一定有哪些特徵？
甲：有三個銳角
乙：有二個一樣大的底角
丙：有二條等長的邊
丁：有一個直角
上述哪些說法是正確的？
①甲、丁　②乙、丙
③甲、丙　④乙、丁

主題	空間與形狀	
認知歷程向度	概念理解	
數據參數	通過率	標準差
原試題	0.47	0.460
本測驗	0.78	0.417

23. 小彥和同學一起參加闖關活動，到達闖關位置時，看到地上貼有1張時鐘(如右圖)和指令。根據指令，小彥他們應該朝鐘面的哪一個方向前進？
① 2點鐘
② 6點鐘
③ 8點鐘
④ 12點鐘

請站在鐘面正中央，面向10點鐘方向，順時針旋轉120度後，向前方前進100公尺，新的任務在等著你們喔！

主題	空間與形狀	
認知歷程向度	解題思考	
數據參數	通過率	標準差
原試題	0.53	0.570
本測驗	0.43	0.497

圖4：「數學成就測驗」認知歷程向度試題舉例

(二)CT能力與數學學習成就相關性與理論模型架構之分析

1.皮爾森積差相關分析

本研究以皮爾森積差相關評估學生CT能力與數學學習成就的相關性；同樣以皮爾森積差相關分析CT能力與「數學成就測驗」中認知歷程向度中「概念理解」、「程序執行」與「解題思考」面向的相關性。

2.PLS-SEM分析

邱皓政(2011)指出，「PLS-SEM」之目的在於求取變數最大預測關係，而非進行構念的估計。鑑於本研究的主旨在於探討國小五年級學生的「CT能力」表現能否預測「數學學習成就」表現，符合PLS-SEM的特性。李承傑、董旭英(2017)又指出，PLS-SEM是利用觀察變項的線性組合定義出一個主成分結構，再利用迴歸原理預測與解釋模型各主成分結構之間的關係，故也稱為以主成分為基礎的結構方程模型(component-based SEM)。

此外，PLS-SEM還具有以下四項統計的特性：(1)未限制蒐集的資料須具備多元常態分配的條件；(2)無需滿足潛在變項資料的分配是常態分配的條件；(3)為了進行參數估計的顯著性考驗，PLS-SEM採用無母數估計的拔靴估計法，以獲得抽樣分配的標準誤差；(4) PLS-SEM不受迴歸分析中多元共線性問題的影響，因為它萃取出來的因素屬零相關的正交因素，因此，在進行潛在變項對於依變項的迴歸分析時，不會受到傳統的多元共線性問題的影響(Ringle et al., 2024)。故，研究者以PLS-SEM來驗證本文依相關文獻所分析、建構的理論模型架構(如圖2所示)。

(三)二階段集群分析法

集群分析之目的是計算個體彼此間的相似程度，並依據相似程度將整個群體分為數個集群，同一集群的個體具高同質性，不同集群的個體具較大的相異性(張萬烽，2016)。藉此集群分析的結果，可解釋各個集群在某

項特質的表現。由於此方法可用於連續變項，也可用於類別變項，並且，是由SPSS統計軟體自動決定最適當的集群數量，再由研究者依據集群分析的結果加以解釋並依據特質予以命名，故適合本研究將受試學生依CT能力分群。

肆、研究結果

一、 測驗後的試題參數分析

(一)CT測驗施測後的信效度與試題參數

「CT測驗」為單一選擇題型，共計15題。其中，有5道試題源於Benjamin (五至六年級)試題；有9道試題源於Junior (九至十年級)試題；有1題源於Senior (十一至十二年級)試題。全份測驗採二元計分(正確1分，錯誤0分)，滿分為15分。信度部分，經IBM SPSS Statistics 21.0統計軟體計算後Cronbach's α係數為.327，顯示本測驗整體內部一致性達中信度水準(周文賢，2002)。效度部分，Dagienė與Dolgopolovas (2022)提到，Bebras Challenge試題是以淺顯易懂的文字與生活化的情境任務，再針對簡化問題、問題拆解、演算法思考、樣式辨識、一般化等CT能力進行設計，並且經過各國專家審查，每道問題都針對資訊科學上的意義與關鍵字做說明，期望能達成試題評估的目標。整體來說，Bebras試題編製的程序部分，符合Crocker與Algina (1986)所提出的試題編製要求。表4為每一道試題參數(難度、鑑別度)結果。

每道試題的「難度」是計算「正確答對人數 / 全部受測人數」獲得的數值。結果顯示：本測驗整體難度是0.375，難度0.5以上的有3題(20%)；難度0.4 ~ 0.5的有4題(26.67%)；難度0.2 ~ 0.4的有6題(40%)；難度0.2以下的有2題(13.33%)。此現象顯示，參與受測的學童，尚無法清楚地分出CT能力的高低，甚至還有2道試題出現高成就學生表現輸給低成就學生的情形。反思學生表現不佳的原因，可能源於：1.受測學生CT能力有大幅進步的空間；2.本次挑選的試題難度過高。此外，整體測驗的鑑別度為0.2，表示試題尚可使用。然而，郭生玉(1999)提到，難度集中在0.5左右的測驗，信度最高。因此，建議未來可增加難度較低的試題，或許能讓測驗達到可以區分不同CT能力的功能。

(二)成就測驗施測後的信效度與試題參數

本測驗的試題都是單一選擇題型，共計25題。以二元計分(正確1分，錯誤0分)的方式計算成績，全份測驗滿分為25分。信度部分，本測驗經IBM SPSS Statistics 21.0統計軟體計算後Cronbach's α係數為.704，顯示本份測驗整體的內部一致性具有高信度水準(周文賢，2002)。效度部分，每年度《縣市學生學習能力檢測施測結果》(https://saaassessment.ntcu.edu.tw/)報告書提到，該測驗是由數學教育與測驗發展專家、縣市數學領域輔導團成員組成命題團隊；透過合作達成編製與修訂試題、檢視試題敘述的正確性以及確認試題是否符合評量架構等目的。並且，試題是遵循內容向度(數與量、空間與形狀、資料與不確定性、關係)與認知歷程向度(概念理解、程序執行與解題思考)交織的雙向細目表而編擬，以確保每道試題可以測量所欲測量的能力。

整體來說，「全國縣市學生學習能力檢測」在試題編製部分符合過去文獻(蘇旭琳、陳柏熹，2014；Crocker & Algina, 1986)所述的試題編製程序：有明確的評量架構，透過領域專家參與試題的編製、討論與修訂，以確認試題所測量的能力是原先規劃要測量的能力。表5為試題參數分析。

表4：理論模型架構的潛在自變項「CT能力」之試題參數分析($N = 189$)

題號	潛在自變項					難度	標準差	鑑別度	試題名稱【取材來源與編碼】
	問題拆解化整為零	簡化問題化繁為簡	演算法思考按步就班	評估最佳化	一般化異中求同				
1	V	V	V		V	0.32	0.467	0.14	方格紙上的瓢蟲【16-4-Benjamin-易】
2			V			0.34	0.474	0.15	同步工作的機器人【16-2-Junior-易】
3		V			V	0.24	0.427	0.17	買愈多賺愈多【自行命題-Benjamin-中】
4		V				0.44	0.498	0.02	技能遺傳【15-1-Junior-中】
5		V			V	0.13	0.340	0.16	飯店房間號碼【14-13- Junior-難】
6	V	V			V	0.43	0.497	0.08	黑妞與白妞【自行命題-Junior-中】
7	V	V	V			0.37	0.483	0.14	雷棒虎，雞和蟲【15-4-Junior-易】
8	V		V			0.41	0.493	0.14	祕密訊息【16-10- Benjamin -中】
9		V		V		0.44	0.498	0.00	消防義工【15-6-Junior-中】
10	V	V			V	0.22	0.413	0.20	山猴啃樹【14-2- Junior-易】
11		V	V	V		0.50	0.501	0.07	粉刷機器人【14-6-Junior-難】
12	V	V		V		0.11	0.308	0.15	切割水管【14-7-Senior-難】
13		V			V	0.70	0.460	-0.12	許願蠟燭【16-7- Benjamin-中】
14		V			V	0.21	0.410	0.07	六角形漫遊【自行命題-Junior-易】
15			V		V	0.79	0.410	-0.32	手鐲【自行命題-Benjamin-易】
CT能力						5.63	3.480	0.20	2013～2017 Bebras國際運算思維挑戰賽試題

註：1. Bebras國際運算思維挑戰賽將學生依年段分組；Benjamin (五至六年級)、Cadet (七至八年級)、Junior (九至十年級)及Senior (十一至十二年級)。

2. 整體測驗難度為0.375，表示本測驗的試題偏難。

3. 整體測驗鑑別度為0.2，表示本測驗的試題尚可。

表5：理論模型架構的潛在依變項「認知歷程向度」之試題參數分析(N = 189)

潛在因變項／認知歷程向度											
概念理解				程序執行				解題思考			
題號	難度	標準差	鑑別度	題號	難度	標準差	鑑別度	題號	難度	標準差	鑑別度
1	0.78	0.417	0.28	2	0.83	0.376	0.34	4	0.05	0.224	0.05
3	0.84	0.366	0.40	7	0.76	0.430	0.47	12	0.57	0.497	0.58
5	0.84	0.371	0.31	11	0.11	0.315	0.02	15	0.87	0.334	0.35
6	0.84	0.366	0.33	16	0.17	0.376	0.14	19	0.60	0.492	0.43
8	0.79	0.410	0.31	25	0.52	0.501	0.43	20	0.32	0.467	0.31
9	0.66	0.474	0.57					21	0.78	0.417	0.42
10	0.95	0.214	0.11					22	0.74	0.439	0.34
13	0.75	0.436	0.47					23	0.43	0.497	0.47
14	0.47	0.500	0.59					24	0.62	0.487	0.51
17	0.38	0.487	0.22								
18	0.70	0.458	0.33								

註：1.整體測驗的內部一致性係數Cronbach's α值 = .704。
2.整體測驗的平均通過率(難度)為0.615。
3.整體測驗的鑑別度為0.36，表示本測驗試題尚可。

受試學生在多數試題的表現，通過率都高於全國通過率，反思其原因包括：1.學生已升上五年級，「成熟」可能是影響因子；2.有許多四年級的概念(例如：三角形與四邊形的性質與四年級同類型單元有關、三步驟問題也是四年級四則運算規律的延伸)都是五年級數學概念的先備知識，有再次複習、練習與精熟的時機。此外，由於本測驗選編自2018 ~ 2021年之「全國縣市學生學習能力檢測」試題，所有試題都經過學者與領域專家評鑑，故具備良好的專家效度與內容效度；其次，透過本次受試者填答資料的數據分析，獲得整體測驗難度(p)為0.615；鑑別度(D)為0.36，表示整體測驗的試題優良。

二、學生CT能力與數學學習成就的相關性與理論模型架構分析

(一)學生在「CT測驗」與「成就測驗」解題表現的相關性

本研究基於Kale與Yuan (2021)所提「學生應用CT解決複雜任務的過程，即為問題解決」的觀點；以及Dewey (1933)所提「問題解決需要經過遭遇疑難、確定問題、提出方案、選擇、執行與檢驗方案等步驟」的看法，認為上述觀點恰符應CT中的「簡化問題」、依據判準選擇與「評估」方案以及「演算法思考」等元素。因此，認為「學生的CT能力會影響數學學習成就表現」。據此，將學生在「CT」與「數學成就」測驗的得分，以皮爾森積差相關之方法，探究這兩種能力是否存在關聯性？結果如表6。

結果顯示：學生在CT與數學成就兩項測驗的得分達顯著正相關 (r = .143，p = .049)。換言之，學生的CT與數學學習成就這兩種能力的表現呈現正向共變的樣態。

(二)理論模型架構的路徑分析與修正

1.PLS-SEM因素負荷量分析結果

本研究分別選編一份包含25道題的「數學成就測驗」以及一份包含15道題的「CT測

驗」。為求嚴謹，Stevens (1992)建議以「因素負荷量」(factor loading) .40作為試題篩選標準，若「因素負荷量」低於.40者，建議將該試題刪除，以確保每個向度皆具備穩定的代表性。本研究保留各向度因素負荷量大於.40的試題，最後，CT測驗共保留6道題；數學成就測驗共保留11道題。其中，有4道題屬概念理解、有2道題屬程序執行、有5題屬解題思考(參見表7)。試題刪除後，CT測驗整體Cronbach's α係數為.472；數學成就測驗整體Cronbach's α係數為.633，「概念理解」面向Cronbach's α係數為.358；「程序執行」面向Cronbach's α係數為.221；「解題思考」面向Cronbach's α係數為.501。顯示本研究兩份測驗整體內部一致性達中信度水準(周文賢，2002)。

表6：學生在「CT測驗」與「數學成就測驗」解題表現之相關性分析

測驗	CT測驗	數學成就測驗
CT測驗		
Pearson correlation	1	0.143*
Sig. (2-tailed)		0.049
樣本數	189	189
數學成就測驗		
Pearson correlation	0.143*	1
Sig. (2-tailed)	0.049	
樣本數	189	189

註：*$p < .05$。

2. PLS-SEM路徑模式分析結果

鑑於學生在CT測驗與數學成就測驗的得分達顯著正相關(r = .143，p = .049)。也就是

表7：CT測驗與數學成就測驗因素負荷量與相關數據分析

測驗	題項	因素負荷量(λ) CT	Con	Ex	Pb	平均數	標準差	題項刪除時的Cronbach's α值
CT測驗	CT2	.513				0.492	0.161	.419
	CT4	.486				0.460	0.158	.436
	CT7	.481				0.451	0.168	.398
	CT8	.613				0.581	0.128	.404
	CT11	.574				0.542	0.145	.431
	CT15	.443				0.418	0.149	.468
數學成就測驗	Con3		.595			0.544	0.195	.202
	Con5		.619			0.555	0.205	.293
	Con9		.521			0.467	0.264	.373
	Con18		.616			0.520	0.297	.315
	Ex2			.588		0.551	0.337	—
	Ex25			.878		0.766	0.293	—
	Pb12				.663	0.637	0.133	.382
	Pb21				.504	0.489	0.132	.427
	Pb22				.481	0.469	0.127	.478
	Pb23				.655	0.628	0.122	.471
	Pb24				.546	0.532	0.141	.461

註：1.「—」表示該題項無法計算出刪除時的Cronbach's α值。
2.Con：概念理解(conceptual understanding)；Ex：程序執行(procedural knowledge)；Pb：解題思考(problem solving)。

說，學生的CT能力與數學學習成就，兩者呈現正向共變的樣態。鑑於本模型架構主要以學生的CT能力作為潛在自變項，學生的數學學習成就(概念理解、程序執行、解題思考)表現為潛在因變項，探討學生CT能力與數學學習成就的線性關係，再考量PLS-SEM特別適用於預測研究(Henseler et al., 2009)，因此，本研究利用PLS-SEM進行路徑模式分析。而路徑係數(path coefficient)愈大代表向度與向度之間的關係愈密切，此外，解釋變異量(*R*-square, R^2)代表該向度的解釋力及預測程度。

表8顯示，潛在變項部分，學生的CT能力可正向且顯著預測其數學學習成就中的概念理解(路徑係數為.180，t = 2.842)；其預測學生數學學習成就中的程序執行有正向且顯著關係(路徑係數為.166，t = 2.281)；其預測學生數學學習成就中的解題思考有正向且顯著的關係(路徑係數為.355，t = 6.075)。

再者，本研究的R^2如圖5所示，學生CT能力可解釋其數學成就測驗中的概念理解之變異量為45.3%；可解釋數學成就測驗中的程序執行之變異量為45.3%；可解釋數學成就測驗中的解題思考之變異量為39.3%，顯示具有相當程度的解釋能力。

3.本研究修正後模型各變項問題的合適性

由圖5觀之，本研究最後修正的模型其CT能力潛在自變項共包含6道題(包含「問題拆解」能力的試題有CT7與CT8；包含「簡化問題」能力的試題有CT4、CT7與CT11；包含「演算法思考」能力的試題有CT2、CT7、CT8、CT11與CT15；包含「評估」能力的試題有CT11；包含「一般化」能力的試題有CT15)，可謂「以少量試題涵蓋CT能力的五項潛在自變項」；且每道題的因素負荷量都介於.443 ~ .613之間。整體來說，「CT

表8：學生CT能力與數學學習成就路徑分析結果(N = 189)

路徑	路徑係數	t
CT→概念理解	.180	2.842*
CT→程序執行	.166	2.281*
CT→解題思考	.355	6.075***

註：$^{*}p < .05$, $^{***}p < .001$。

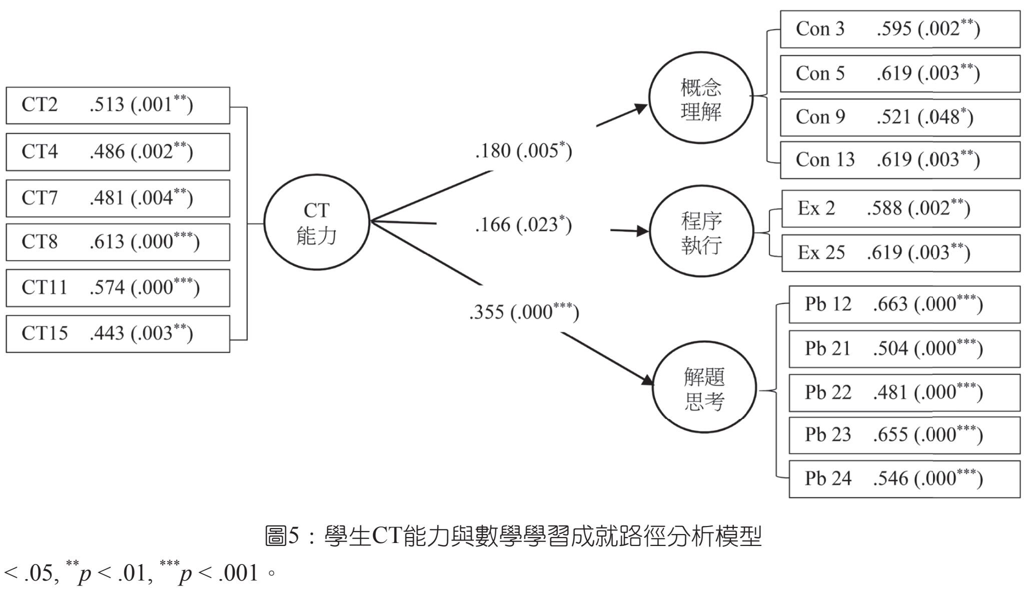


圖5：學生CT能力與數學學習成就路徑分析模型

註：$^{*}p < .05$, $^{**}p < .01$, $^{***}p < .001$。

測驗」各題的合適性良好。而「數學成就測驗」中有4題屬「概念理解」，「因素負荷量」都介於.521 ~ .619之間，表示屬「概念理解」的試題其合適性良好；有2題屬「程序執行」，「因素負荷量」分別為.588與.619，合適性也算良好；有5題屬「解題思考」，「因素負荷量」也都介於.481 ~ .663之間，合適性也屬良好。

三、受試者集群分析

(一)最適集群數與集群輪廓描述及命名

本研究使用「二階段集群分析法」將受試學生進行分群：第一階段採階層式集群分析法，透過CT測驗「平均通過率」與「答對題數」得知最佳集群數目為2。第二階段再以K-Means集群分析法，依據前述階層式集群法的集群數目2，以「CT測驗」的「平均通過率」以及「答對題數」作為變數進行分群，最後分得兩群的性質如表9。

由表9觀之，集群1的受試者在CT測驗平均通過率(p = .72)較高、答對題數(M = 8.05)也較多；集群2的受試者在CT測驗平均通過率(p = .35)較低、答對題數(M = 4.39)也較少。考量「CT測驗平均通過率」是指學生在CT測驗的整體解題表現，代表學生具備面向、範圍較廣的CT理解；「答對題數」是指在自編CT測驗中回答正確的題目數量，代表學生具備較精實的CT理解。而這些廣泛且精實的理解，即成為「運算思維能力」。故，本研究將集群1命名為「高運算思維能力組」(N = 64)；將集群2命名為「低運算思維能力組」(N = 125)。

(二)集群分析後「數學學習成就」為依變項之分析

接續，研究者針對兩集群學生在「數學成就測驗」中概念理解、程序執行、解題思考等向度之得分，進行獨立樣本t檢定，以比較兩群受試者是否在「數學成就測驗」的表現存在差異？(參見表10)

兩集群受試者在「數學成就測驗」中「程序執行」與「解題思考」二個認知歷程面向之得分達顯著性差異(程序執行：p = .007

表9：受試者分群後的描述統計摘要

數據	集群		
	集群1	集群2	總計
CT平均通過率	.72	.35	.4727
答對題數	8.05	4.39	5.6296
人數(百分比)	64 (33.86%)	125 (66.14%)	189 (100%)

表10：兩群受試者於「數學成就測驗」表現之差異性比較

數學能力	集群	數量	平均數	標準差	F	t	p
概念理解	高運算思維	64	0.7852	0.22213	0.160	0.984	.327
	低運算思維	125	0.7480	0.25695			
程序執行	高運算思維	64	0.7656	0.29505	0.733	2.742	.007
	低運算思維	125	0.6280	0.34139			
解題思考	高運算思維	64	0.6875	0.24913	0.372	2.202	.029
	低運算思維	125	0.5968	0.27706			

< .05，解題思考：p = .029 < .05)；但是，在概念理解面向之得分則未達顯著性差異(概念理解：p = .327)。上述結果顯示，「高運算思維能力組」與「低運算思維能力組」學生在認知歷程的「概念理解」表現具顯著性差異。這可能意味著：「高運算思維能力組」學生在「概念理解」面向的得分表現較不理想。

(三)兩集群學生的CT能力對「數學學習成就」的預測分析

本研究再從不同CT成績的集群，分析「CT能力可預測數學學習成就的哪些向度」？(參見表11)「高運算思維能力」集群的學生其「CT能力」可正向且顯著地預測其「數學學習成就」中的概念理解(路徑係數為.408，t = 2.032)；也可以預測數學學習成就中的解題思考(路徑係數為.438，t = 2.729)。「低運算思維能力」集群的學生其「CT能力」可正向且顯著預測其數學學習成就中的解題思考(路徑係數為.381，t = 3.777)。

伍、結論與討論

「CT」是運用電腦科學的基礎概念，進行問題解決的過程(Wing, 2006)；近年來，已受到資訊工程、教育等領域的重視(Tsai et al., 2021)。回顧過往文獻，Baroody與Coslick (1993)主張，問題解決是數學學習的主要活動；Kale與Yuan (2021)指出，學生運用運算思維解決任務的過程，即為問題解決；而Baroody與Coslick又提到，數學學習過程的問題解決，即為「解題」，也就是「做數學」(doing mathematics) (NCTM, 2000)。Mason等(2010)進一步說明：學生在「解題」過程中，須將問題內容逐一拆解成許多小部分的任務(「問題拆解／化整為零」元素)、逐項尋求每個小部分任務的解決策略與答案，並將這些結果進行比較與歸納，進而尋獲問題本質的樣式(「一般化／尋找樣式」元素)；提出臆測或猜想，針對猜想進行論述並與他人溝通，歷程中可評估同儕間猜想的最佳模式(「評估／最佳化」元素)；也藉由他人的反駁修正猜想或重新釐清。有些時候，學生僅需代入「公式」即可獲得解答(「演算法／按部就班」元素)。由此看來，CT能力可能展現於數學學習的脈絡中；CT能力與數學學習表現關係密切。

不可否認的，CT能力與數學學習成就具有正向共變的關係(Lewis & Shah, 2012; Lv et al., 2023; Román-González et al., 2019)。有些研究從教學觀點發現，學習流暢地使用運算工具與技能，可深化數學與科學內容的學習(Eisenberg, 2002; Sengupta et al., 2013; Wilensky et al., 2014)。有些研究認為CT能力可預測數學學習成就(Durak & Saritepeci,

表11：學生CT能力與數學學習成就路徑分析結果

集群	路徑	路徑係數	t
高運算思維(N = 64)	CT→概念理解	.408	2.032*
	CT→程序執行	.237	1.001
	CT→解題思考	.438	2.729**
低運算思維(N = 125)	CT→概念理解	.212	1.490
	CT→程序執行	.073	0.315
	CT→解題思考	.381	3.777***

註：*p < .05, **p < .01, ***p < .001。

2018; Werner et al., 2012)；也有研究認為數學學習成就可預測CT能力(Grover, 2015)。本研究基於「學科本位」的觀點，認為CT能力是一種綜整的高階運思能力；進一步參考Selby與Woollard (2013)以及Tsai等(2021)的研究，將CT能力區分成問題拆解／分解、簡化問題／抽象化、演算法思考、評估與一般化／樣式識別等五項元素，並改編Bebras Challenge試題，形成一份適合五年級學童施測的「CT測驗」。同時，選擇、編擬全國學生學習能力檢測公告試題，形成一份適合五年級學童施測的「數學成就測驗」。接續，邀請189位來自新竹縣、臺中市的五年級學生參與受測。這些受測學生都是源於曾與研究者互動的個案學校，屬立意取樣。從「城鄉」觀點檢視受測學生的縣市來源，就足以說明樣本代表性不足的缺憾，此為本研究之限制之一。建議後續研究在樣本邀請時，以更嚴謹的態度進行規劃。

最後，本文以描述性統計分析、皮爾森積差相關分析、PLS-SEM分析以及二階段集群分析等方法，驗證、修改本研究依據文獻探討建構的理論模型架構，再檢視CT能力與數學學習成就(包括概念理解、程序執行與解題思考)的關聯性。以下，針對本研究主要發現提出結論並進行討論。

一、研究工具編製

本研究彙整過去文獻(Selby & Woollard, 2013; Tsai et al., 2021)，將CT分為五項元素，進而依據此五項元素改編一份「CT測驗」。但是，鑑於Araujo等(2019)指出：Bebras Challenge的試題和該測驗要評估的五項CT能力並未獲得統計上的支持；並且，該研究再利用探索性因素分析，僅能將該份試題區分為評估與演算法思考等兩個向度。本研究從表4分析Bebras Challenge試題發現，每道試題幾乎都包含CT五項元素中的多項元素；並且，進行資料分析時，相關專家提出「Bebras Challenge題目不盡然只包含一項能力」的看法。再考量上述Araujo等的發現，因此決定將原先規劃的五項CT元素視為整體的「CT能力」。此亦為本研究之限制之一。此外，鑑於本文旨在探討「國小五年級學生運算思維能力與數學學習成就之關係」，其核心重點就是「CT能力」表現能否預測「數學學習成就」？鑑於受測學生是在五年級第一學期進行施測；各校學生使用的教科書版本不同，內容進度也不相同。故，研究者決定以四年級的學習內容進行「數學成就測驗」試題編選，對全國五年級學生而言，這些測驗內容都屬先備知識，因此，才能達到「一體適用」的目標。

綜合上述兩份工具施測後的數據分析，除了「CT測驗」難度較高外，其他像信度、效度與試題參數等數據都顯示：這兩份工具的架構與相關試題具合適性。再者，經過修正、刪題後的「CT測驗」共有6道試題，每題的因素負荷量都介於.443 ~ .613之間；「數學成就測驗」共有11道試題，每題的因素負荷量也都介於.481 ~ .878之間，符合黃珮婷與陳慧娟(2016)建議的篩選標準。因此，本研究修改後的「CT測驗」與「數學成就測驗」二份測驗，整體的問題合適性堪稱良好。然而，過去標榜可以進行模式適配客觀檢驗的SEM模型，若要進行模式適配的客觀檢驗，都被提醒著：參與受測的樣本數以超過200人為宜；每個潛在變項合理的對應試題數為5 ~ 7題(邱皓政，2011)。但是，若以此標準來檢視本研究的樣本數(參與受試的學生有189人)以及潛在變項對應之試題數量(本研究CT測驗

包括五項元素，共計8題；數學成就測驗包括三個面向，共計11題)，本研究將敗在這兩項數據之上；但是，SEM-PLS卻不受此部分影響，它對樣本數的規範可小於200人；對於潛在變項對應之試題數量的規範為「至少(含) 3道試題」(邱皓政)。

二、CT能力與數學學習成就的關聯性

本研究發現，學生的CT能力與數學學習成就，具顯著性低度正相關的關聯性。而Lei等(2020)蒐集34篇包括小學至大學有關CT表現的研究進行後設分析發現：學生的CT能力與學業成績呈現正相關。此外，Alyahya與Alotaibi (2019)以46位女學生為樣本，發現高CT能力能預測其在TIMSS測驗中高數學成就表現。雖然本研究與Alyahya與Alotaibi、Lei等以及Lewis與Shah (2012)的研究對象不同，但是，CT能力可預測數學學習成就的結果一致。此外，本研究進一步利用PLS-SEM進行路徑分析發現，學生CT能力可有效預測數學學習成就中概念理解、程序執行與解題思考等認知能力；其中，又以預測解題思考的表現最顯著。

Maharani等(2019)以質性研究的方式，請學生回顧過去數學問題解決的過程，反思其經驗與運算思維各元素間的關聯性，結果發現：數學問題解決脈絡中的「定義問題」(瞭解題意)階段可對應CT能力之「問題拆解」與「簡化問題」元素；「擬訂計畫」階段可對應CT能力之「一般化」；「執行計畫」與「回顧解答」階段可對應CT能力之「除錯」與「演算法思考」元素。而「定義問題」需具備理解問題題幹中每字、每句的意思、能用自己的話語重述問題、也能用不同表徵詮釋題意等能力，這如同具備「概念理解」能力。此外，Alyahya與Alotaibi (2019)發現：學生CT能力中問題解決能力影響數學成就表現最大。而NAEP (National Assessment Governing Board, 2002)認為，解題思考是指能從資料中辨識並形成問題；運用相關知識、推理等策略找出答案；同時驗證這些答案的合理性。上述意涵說明恰與CT能力中的簡化問題、一般化與評估等元素的意涵相似，故，本研究發現學生CT能力可有效預測解題思考能力，便具其合理性的支持。

三、依據學生CT能力與數學學習成就的集群分析

本研究依循「CT測驗」的「平均通過率」與「答對題數」等數據，透過二階段集群分析法，將受試學生分為「高運算思維能力」組(64位)以及「低運算思維能力」組(125位)兩群。接著，比較兩群受試學生在「數學成就測驗」中「概念理解」、「程序執行」與「解題思考」等向度解題表現的差異性。結果顯示，兩群受試者在「數學成就測驗」中程序執行與解題思考面向的得分達顯著性差異，但在概念理解面向的得分未達顯著性差異。此現象可能意味著：本次屬「高運算思維能力」組的受測學生，在「概念理解」面向的表現較不理想，導致無法像其他面向一樣，讓兩群學生的數學學習成就都達到顯著性差異的結果。

本研究發現：「高運算思維能力」組學生的CT能力能夠預測學生在數學學習成就測驗中的概念理解與解題思考等面向的表現；「低運算思維能力」組學生的CT能力只能預測學生在數學學習成就測驗中的解題思考表現。然，蘇旭琳、陳柏熹(2014)提到，古典測驗理論中，試題的難易度(通過率)、鑑別度會受到抽樣時所選擇的受試者能力的高低或能力分散程度所影響，可見，樣本的代表性對於試題參數的估計來說，相對重要。

四、建議

最後，針對上述本研究反思的研究限制，茲提出以下建議：(一)後續研究可針對CT能力的五項元素自行命題，期能深入探討CT能力五項元素對應數學學習成就的三個面向之關聯性，相信更能夠呈現CT能力與數學學習成就的細部關係。此外，(二)鑑於本研究189位受測學生乃源於新竹縣與臺中市的五年級學生，樣本代表性稍顯不足，建議後續研究以更嚴謹的態度規劃樣本邀請。再者，(三)建議後續研究可在模型中加入推理、論證等能力，繼續探討CT能力還影響哪些能力？也建議加入質性資料，針對當前學生應具備的能力進一步找出與CT能力的關係。最後，(四)基於本研究獲得「CT能力可有效預測數學學習成就」的結論，建議教師未來進行教學時，可透過CT能力的培養，間接地提升學生在「數學學習成就」的「概念理解」與「解題思考」等認知能力。

誌謝

本文蒙國家科學及技術委員會專題計畫經費補助，計畫編號MOST 110-2511-H-024-001-，特致申謝；文中所提論點純屬作者群之看法，不代表國科會之立場。作者群衷心感謝審查委員對本文提供之寶貴建議，由於您們的協助，方能使本文修改得更臻完善。

參考文獻

呂玉琴、李源順、劉曼麗(2021)。緒論。收錄於呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩(編著)，**國小分數與小數的教學、學習與評量**(頁1-44)。五南。

[Leu, Y.-C., Lee, Y.-S., & Liu, M.-L. (2021). Xulun. In Y.-C. Leu, Y.-S. Lee, M.-L. Liu, & Y.-Y. Wu (Eds.), *Guoxiao fenshu yu xiaoshu de jiaoxue, xuexi yu pingliang* (pp. 1-44). Wu-Nan.]

李承傑、董旭英(2017)。偏最小平方法結構方程模型。**科學發展，539**，20-25。https://pse.is/5rz9q2

[Li, C.-C., & Tung, Y.-Y. (2017). Pian zuixiao pingfangfa jiegou fangcheng moxing. *Science Development*, *539*, 20-25. https://pse.is/5rz9q2]

吳國良、邱美虹(2012)。高中化學成就測驗的試題類型與考生答題結果分析之研究。**科學教育月刊，349**，2-19。https://doi.org/10.6216/SEM.201206_(349).0001

[Wu, K.-L., & Chiu, M.-H. (2012). The item patterns and students' response in high-school achievement test of chemistry. *Science Education Monthly*, *349*, 2-19. https://doi.org/10.6216/SEM.201206_(349).0001]

周文賢(2002)。**多變量統計分析：SAS/STAT使用方法**。智勝文化。

[Chow, W.-S. (2002). *Multivariate statistical analysis: With application of SAS/STAT*. Best-Wise Publishing.]

邱皓政(2011)。當PLS遇上SEM：議題與對話。**αβγ量化研究學刊，3**(1)，20-53。

[Chiou, H.-J. (2011). When PLS meets with SEM: Issues and dialogues. *αβγ Journal of*

Quantitative Research, *3*(1), 20-53.]

林碧珍、蔡文煥(2003)。四年級學生在國際教育成就調查試測的數學成就表現。**科學教育月刊**，**258**，2-20。https://reurl.cc/Qe8N25

[Lin, P.-J., & Tsai, W.-H. (2003). Fourth-grader's mathematics achievement in TIMSS 2003 field test. *Science Education Monthly*, *258*, 2-20. https://reurl.cc/Qe8N25]

胡秋帆、吳正己、林育慈、游志弘(2021)。高中生運算思維測驗發展。**數位學習科技期刊**，**13**(1)，1-21。https://doi.org/10.3966/2071260X2021011301001

[Hu, C.-F., Wu, C.-C., Lin, Y.-T., & Yu, C.-H. (2021). Development of a computational thinking test for high school students. *International Journal on Digital Learning Technology*, *13*(1), 1-21. https://doi.org/10.3966/2071260X2021011301001]

郭生玉(1999)。**心理與教育測驗**(第十三版)。精華書局。

[Kuo, S.-Y. (1999). *Xinli yu jiaoyu ceyan* (13th ed.). Jinghua Shuju.]

陳光臨(2021)。**探討國中學生運算思維與數學素養、數學學習信念關係之研究**。未出版之碩士論文。國立彰化師範大學。

[Chen, G.-L. (2021). *Investigating middle school students' computational thinking, mathematical literacy, and beliefs of learning mathematics* [Unpublished master thesis]. National Changhua University of Education.]

陳愉婷(2020)。**運算思維教學策略對國小四年級學生數學學習成就及問題解決態度之影響**。未出版之碩士論文。國立臺南大學。

[Chen, Y.-T. (2020). *The effects of computational thinking instructional strategies on fourth graders' mathematics learning achievement and problem solving attitude* [Unpublished master thesis]. National University of Tainan.]

教育部(2013年12月11日)。**教育基本法**。https://reurl.cc/RWx0Dz

[Ministry of Education. (2013, December 11). *Educational fundamental act*. https://reurl.cc/RWx0Dz]

教育部(2016年6月1日)。**國民教育法**。https://reurl.cc/bD1qRE

[Ministry of Education. (2016, June 1). *Primary and junior high school act*. https://reurl.cc/bD1qRE]

教育部(2018)。**十二年國民基本教育課程綱要——國民中小學暨普通型高級中等學校：數學領域**。https://reurl.cc/NQZgOm

[Ministry of Education. (2018). *Curriculum guidelines of 12-year basic education for elementary, junior high schools and general senior high schools—Mathematics*. https://reurl.cc/NQZgOm]

張春興(1996)。**教育心理學——三化取向的理論與實踐**(修訂版)。東華書局。

[Chang, C.-H. (1996). *Jiaoyu xinlixue—Sanhua quxiang de lilun yu shijian* (Rev. ed.). Tunghua.]

張萬烽(2016)。學習障礙學生自我概念發展之集群分析。**特殊教育發展期刊**，**62**，65-78。https://doi.org/10.7034/DSE.201612_(62).0006

[Chang, W.-F. (2016). A cluster analysis on the development trajectory of self-concept of students with learning disabilities. *The Development of Special Education*, *62*, 65-78. https://doi.org/10.7034/DSE.201612_(62).0006]

曹雅玲(2007)。提升兒童解決數學應用問題的能力。**國教新知**，**54**(4)，44-50。https://doi.org/10.6701/TEEJ.200712_54(4).0003

[Tsao, Y.-L. (2017). Tisheng ertong jiejue shuxue yingyong wenti de nengli. *The Elementary Education Journal*, *54*(4), 44-50. https://doi.org/10.6701/TEEJ.200712_54(4).0003]

黃珮婷、陳慧娟(2016)。大學生未來時間觀與自我調整學習之關係：知覺工具性中介效果檢驗。**教育心理學報**，**47**(3)，329-354。https://doi.org/10.6251/BEP.20150130

[Huang, P.-T., & Chen, H.-J. (2016). The relationship between future time perspective, and self-regulated learning among college students: An examination of the mediating role of perceived instrumentality. *Bulletin of Educational Psychology*, *47*(3), 329-354. https://doi.org/10.6251/BEP.20150130]

蘇旭琳、陳柏熹(2014)。從TIMSS 2007臺灣八年級學生數學科作答反應檢視古典測驗理論和試題反應理論特性和測驗分析結果。**新竹教育大學教育學報**，**31**(2)，67-102。https://doi.org/10.3966/199679772014123102003

[Su, H.-L., & Chen, P.-H. (2014). Inspecting the characteristics of the classical test theory and item response theory by using test analysis results and the responses of Taiwanese eighth-grade students in the TIMSS 2007 database. *Educational Journal of NHCUE*, *31*(2), 67-102. https://doi.org/10.3966/199679772014123102003]

龔心怡、林素卿、張馨文(2009)。家長社經地位與數學學習動機對數學學業成就之研究——以國中基本學力測驗數學領域為例。**彰化師大教育學報**，**15**，121-142。https://bit.ly/4aXtoyG

[Kung, H.-Y., Lin, S.-C., & Chang, H.-W. (2009). Using parental socioeconomic status and learning motivation to predict the mathematics basic competence test for junior high school students. *Journal of Education National Changhua University of Education*, *15*, 121-142. https://bit.ly/4aXtoyG]

Aho, A. V. (2012). Computation and computational thinking. *The Computer Journal*, *55*(7), 832-835. https://doi.org/10.1093/comjnl/bxs074

Allsop, Y. (2019). Assessing computational thinking process using a multiple evaluation approach. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *19*, 30-55. https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2018.10.004

Alyahya, D. M., & Alotaibi, A. M. (2019). Computational thinking skills and its impact on TIMSS achievement: An instructional design approach. *Issues and Trends in Educational Technology*, *7*(1), 3-19. https://doi.org/10.2458/azu_itet_v7i1_alyahya

American Educational Research Association, American Psychological Association, & National Council on Measurement in Education. (2014). *Standards for educational and psychological testing*. American Educational Research Association. https://reurl.cc/mMDdeA

Araujo, A. L. S. O., Andrade, W. L., Guerrero, D. D. S., & Melo, M. R. A. (2019). How many abilities can we measure in computational thinking?: A study on Bebras Challenge. In E. K. Hawthorne, M. A. Pérez-Quiñones, S. Heckman, & J. Zhang (Eds.), *SIGCSE'19: Proceedings of the 50th ACM Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 545-551). Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/3287324.3287405

Atmatzidou, S., & Demetriadis, S. (2016). Advancing students' computational thinking skills through educational robotics: A study on age and gender relevant differences. *Robotics and Autonomous Systems*, *75*(Part B), 661-670. https://doi.org/10.1016/j.robot.2015.10.008

Barcelos, T. S., Munoz, R., Villarroel, R., Merino, E., & Silveira, I. F. (2018). Mathematics learning through computational thinking activities: A systematic literature review. *Journal of Universal Computer Science*, *24*(7), 815-845. https://doi.org/10.3217/jucs-024-07-0815

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: helping children think mathematically*. Macmillan Publishing Company.

Barr, V., & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, *2*(1), 48-54. https://doi.org/10.1145/1929887.1929905

Bilbao, J., Bravo, E., García, O., Varela, C., & Rebollar, C. (2017). Assessment of computational thinking notions in secondary school. *Baltic Journal of Modern Computing*, *5*(4), 391-397. https://doi.org/10.22364/bjmc.2017.5.4.05

Carr, A. (2004). *Positive psychology: The science of happiness and human strengths*. Brunner-Routledge.

Chan, S.-W., Looi, C.-K., Ho, W. K., & Kim, M. S. (2023). Tools and approaches for integrating computational thinking and mathematics: A scoping review of current empirical studies. *Journal of Educational Computing Research*, *60*(8), 2036-2080. https://doi.org/10.1177/07356331221098793

Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.

Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C., & Woollard, J. (2015). *Computational thinking—A guide for teachers*. Computing at School. https://bit.ly/3xMazjE

Cui, Z., & Ng, O.-L. (2021). The interplay between mathematical and computational thinking in primary school students' mathematical problem-solving within a programming environment. *Journal of Educational Computing Research*, *59*(5), 988-1012. https://doi.org/10.1177/0735633120979930

Curzon, P., Black, J., Meagher, L. R., & McOwan, P. W. (2009). cs4fn.org: Enthusing students about computer science. In C. Hermann, T. Lauer, & M. Welte (Eds.), *Proceedings of Informatics Education Europe IV* (pp. 73-80). University of Freiburg. https://bit.ly/49FgOmA

Dagienė, V., & Dolgopolovas, V. (2022). Short tasks for scaffolding computational thinking by the global Bebras Challenge. *Mathematics*, *10*(17), Article 3194. https://doi.org/10.3390/math10173194

Dagienė, V., & Stupurienė, G. (2016). Bebras—A sustainable community building model for the concept based learning of informatics and computational thinking. *Informatics in Education*, *15*(1), 25-44. https://doi.org/10.15388/infedu.2016.02

Denner, J., Werner, L., & Ortiz, E. (2012). Computer games created by middle school girls: Can they be used to measure understanding of computer science concepts? *Computers & Education*, *58*(1), 240-249. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.08.006

Denning, P. J. (2007). Computing is a natural science. *Communications of the ACM*, *50*(7), 13-18. https://doi.org/10.1145/1272516.1272529

Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process* (Rev. Ed.). D.C. Heath and Company.

Dinçer, S. (2018). Are preservice teachers really literate enough to integrate technology in their classroom practice? Determining the technology literacy level of preservice teachers. *Education and Information Technologies*, *23*(6), 2699-2718. https://doi.org/10.1007/s10639-018-9737-z

Djambong, T., & Freiman, V. (2016). Task-based assessment of students' computational thinking skills developed through visual programming or tangible coding environments. In D. G. Sampson, J. M. Spector, D. Ifenthaler, & P. Isaias (Eds.), *Proceedings of the 13th International Conference on Cognition and Exploratory Learning in the Digital Age (CELDA 2016)* (pp. 41-51). IADIS Press. https://bit.ly/3UlBJXJ

Doleck, T., Bazelais, P., Lemay, D. J., Saxena, A., & Basnet, R. B. (2017). Algorithmic thinking, cooperativity, creativity, critical thinking, and problem solving: Exploring the relationship between computational thinking skills and academic performance. *Journal of Computers in Education*, *4*(4), 355-369. https://doi.org/10.1007/s40692-017-0090-9

Durak, H. Y., & Saritepeci, M. (2018). Analysis of the relation between computational thinking skills and various variables with the structural equation model. *Computers & Education*, *116*, 191-202. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.09.004

Eisenberg, M. (2002). Output devices, computation, and the future of mathematical crafts.

International Journal of Computers for Mathematical Learning, *7*(1), 1-44. https://doi.org/10.1023/A:1016095229377

English, L. (2018). On MTL's second milestone: Exploring computational thinking and mathematics learning. *Mathematical Thinking and Learning*, *20*(1), 1-2. https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1405615

Fraillon, J., Ainley, J., Schulz, W., Duckworth, D., & Friedman, T. (2019). Computer and information literacy framework. In J. Fraillon, J. Ainley, W. Schulz, D. Duckworth, & T. Friedman (Eds.), *IEA International Computer and Information Literacy Study 2018 Assessment Framework* (pp. 13-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19389-8_2

Grover, S. (2015, April). *"Systems of assessments" for deeper learning of computational thinking in K-12*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.

Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational thinking in K-12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, *42*(1), 38-43. https://doi.org/10.3102/0013189X12463051

Guzdial, M. (2008). Education paving the way for computational thinking. *Communications of the ACM*, *51*(8), 25-27. https://doi.org/10.1145/1378704.1378713

Henseler, J., Ringle, C. M., & Sinkovics, R. R. (2009). The use of partial least squares path modeling in international marketing. In R. R. Sinkovics & P. N. Ghauri (Eds.), *New Challenges to International Marketing* (pp. 277-319). Emerald Publishing. https://doi.org/10.1108/S1474-7979(2009)0000020014

Hickmott, D., Prieto-Rodriguez, E., & Holmes, K. (2018). A scoping review of studies on computational thinking in K-12 mathematics classrooms. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *4*(1), 48-69. https://doi.org/10.1007/s40751-017-0038-8

Kale, U., & Yuan, J. (2021). Still a new kid on the block? Computational thinking as problem solving in Code.org. *Journal of Educational Computing Research*, *59*(4), 620-644. https://doi.org/10.1177/0735633120972050

Katai, Z. (2015). The challenge of promoting algorithmic thinking of both sciences- and humanities-oriented learners. *Journal of Computer Assisted Learning*, *31*(4), 287-299. https://doi.org/10.1111/jcal.12070

Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 year of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 1-15). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203063545

Kim, C., Kim, M. K., Lee, C., Spector, J. M., & DeMeester, K. (2013). Teacher beliefs and technology integration. *Teaching and Teacher Education*, *29*, 76-85. https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.08.005

Lei, H., Chiu, M. M., Li, F., Wang, X., & Geng, Y.-J. (2020). Computational thinking and academic achievement: A meta-analysis among students. *Children and Youth Services Review*, *118*, Article 105439. https://doi.org/10.1016/j.childyouth.2020.105439

Lewis, C. M., & Shah, N. (2012). Building upon and enriching grade four mathematics standards with programming curriculum. In L. S. King, D. R. Musicant, T. Camp, & P. Tymann (Eds.), *Proceedings of the 43rd ACM Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 57-62). Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/2157136.2157156

Lockwood, J., & Mooney, A. (2018). Developing a computational thinking test using Bebras problems. In A. Piotrkowicz, R. Dent-Spargo, S. Dennerlein, I. Koren, P. Antoniou, P. Bailey, T. Treasure-Jones, I. Fronza, & C. Pahl (Eds.), *Joint Proceedings of the CC-TEL 2018 and TACKLE 2018 Workshops* (TACKLE 2018: paper 1). CEUR-WS. https://bit.ly/3TZqwuA

Lv, L., Zhong, B., & Liu, X. (2023). A literature review on the empirical studies of the integration of mathematics and computational thinking. *Education and Information Technologies*, *28*(7), 8171-8193. https://doi.org/10.1007/s10639-022-11518-2

Maharani, S., Kholid, M. N., Pradana, L. N., & Nusantara, T. (2019). Problem solving in the context of computational thinking. *Infinity*, *8*(2), 109-116. https://doi.org/10.22460/infinity.v8i2.p109-116

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson Education.

Mindetbay, Y., Bokhove, C., & Woollard, J. (2019). What is the relationship between students' computational thinking performance and school achievement? *International Journal of Computer Science Education in Schools*, *2*(5), 3-19. https://doi.org/10.21585/IJCSES.V0I0.45

Moreno-León, J., Robles, G., & Román-González, M. (2015). Dr. Scratch: Automatic analysis of scratch projects to assess and foster computational thinking. *Revista de Educación a Distancia*, *46*, Article 10. https://doi.org/10.6018/red/46/10

National Assessment Governing Board. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. https://bit.ly/3KhTAZH

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

Next Generation Science Standards Lead States. (2013). *Next generation science standards: For states, by states*. The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/18290

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018). *PISA 2021 mathematics framework (draft)*. https://bit.ly/3U4QTPs

Ringle, C. M., Wende, S., & Becker, J.-M. (2024). *SmartPLS 4* [Computer software]. https://www.smartpls.com

Román-González, M., Moreno-León, J., & Robles, G. (2019). Combining assessment tools for a comprehensive evaluation of computational thinking interventions. In S.-C. Kong & H. Abelson (Eds.), *Computational thinking education* (pp. 79-98). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-6528-7_6

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press. https://doi.org/10.1016/C2013-0-05012-8

Selby, C., & Woollard, J. (2013). *Computational thinking: The developing definition*. https://bit.ly/3UizNPG

Sengupta, P., Kinnebrew, J. S., Basu, S., Biswas, G., & Clark, D. (2013). Integrating computational thinking with K-12 science education using agent-based computation: A theoretical framework. *Education and Information Technologies*, *18*(2), 351-380. https://doi.org/10.1007/s10639-012-9240-x

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review*, *22*, 142-158. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.09.003

Sneider, C., Stephenson, C., Schafer, B., & Flick, L. (2014). Computational thinking in high school science classrooms. *Science Teacher*, *81*(5), 10-15. https://doi.org/10.2505/4/tst14_081_05_53

Stevens, J. P. (1992). *Applied multivariate statistics for the social sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.

Tang, X., Yin, Y., Lin, Q., Hadad, R., & Zhai, X. (2020). Assessing computational thinking: A systematic review of empirical studies. *Computers & Education*, *148*, Article 103798. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103798

Tsai, M.-J., Liang, J.-C., & Hsu, C.-Y. (2021). The computational thinking scale for computer literacy education. *Journal of Educational Computing Research*, *59*(4), 579-602. https://doi.org/10.1177/0735633120972356

Tsai, M.-J., Wang, C.-Y., & Hsu, P.-F. (2019). Developing the computer programming self-efficacy scale for computer literacy education. *Journal of Educational Computing Research*, *56*(8), 1345-1360. https://doi.org/10.1177/0735633117746747

Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, *25*(1), 127-147. https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5

Werner, L., Denner, J., Campe, S., & Kawamoto, D. C. (2012). The fairy performance assessment: Measuring computational thinking in middle school. In L. S. King, D. R. Musicant, T. Camp, & P. Tymann (Eds.), *Proceedings of the 43rd ACM Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 215-220). Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/2157136.2157200

Wilensky, U., Brady, C. E., & Horn, M. S. (2014). Fostering computational literacy in science classrooms. *Communications of the ACM*, *57*(8), 24-28. https://doi.org/10.1145/2633031

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33-35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Wing, J. M. (2011). Research notebook: Computational thinking—What and why? *The link Magazine*, *6*, 20-23. https://reurl.cc/LWda3X

Wing, J. M. (2014). Computational thinking benefits society. *40th Anniversary Blog of Social Issues in Computing*. https://reurl.cc/yLgRMa

科學教育學刊
2024, 第三十二卷第一期, 63-94
DOI:10.6173/CJSE.202403_32(1).0003

Contemporary Journal of Science Education
2024, 32(1), 63-94

Exploring the Relationships Between Fifth Grade Students' Computational Thinking Ability and Their Mathematics Learning Achievement

Jhih-Cheng Chen[1,*] and Juei-Hsin Wang[2]

[1]Department of Applied Mathematics, National University of Tainan
[2]Department of Education, National Chiayi University

Abstract

Today, Computational Thinking (CT) is widely considered the essential cognitive skill for problem solving that young generations must acquire to better position themselves to face tomorrow's challenges. However, there was lacking of researches on the relationship between mathematics learning achievement and CT ability. This study focused on Taiwan 5th grade elementary school students' CT ability and mathematics learning achievement by questionnaire and analyzed their relationship. In order to get the goal, we prepared two assessment tools including CT-test and mathematics achievement test. A total of 189 elementary school students who participated in testing were the sample of this study. The classical test theory (CTT), test and item analysis, reliability and validity analysis, pearson correlation analysis, partial least squares-structural equation modeling (PLS-SEM), two steps cluster analysis were used to analyze the data collected in this study. The PLS-SEM analysis found students' CT ability can directly predict three dimensions of mathematics learning achievement including conceptual understanding, procedural knowledge, and problem solving. Cluster analysis was used to divide the sample into groups of similar CT ability. Two groups were identified: higher CT ability group and lower CT ability group. The two groups were significant different from procedural knowledge and problem solving.

Key words: Two Steps Cluster Analysis, Partial Least Squares-Structural Equation Modeling, Computational Thinking, Mathematics Learning Achievement

---

* Corresponding author: Jhih-Cheng Chen, jcchennutn@gmail.com; ORCID: 0000-0003-3665-9950
Received: 2023/6/24, Revised: 2024/3/30, Accepted: 2024/3/31, Available Online: 2024/5/31